

Vypočtěte divergenci a rotaci pole f a rozhodněte, zda je pole zřídlové nebo vírové.

$$(1) \mathbf{f}(x, y, z) = \left[\ln(x+y), \ln(y-z), \ln\left(\frac{3x}{2} + z\right) \right].$$

$$(2) \mathbf{f}(x, y, z) = [x^2 + yz, xz + y^2, xy + z^2].$$

$$(3) \mathbf{f}(x, y, z) = [\sin(y) + z, x \cos(y) - z, 0].$$

$$(4) \mathbf{f}(x, y, z) = [e^{xy}, \cos(xy), \cos(xz^2)].$$

$$(5) \mathbf{f}(x, y, z) = [3x^2, 3y^2, 3z^2].$$

$$(6) \mathbf{f}(x, y, z) = [x^2, -2xy - 2yz, z^2].$$

$$(7) \mathbf{f}(x, y, z) = [\sin(y+2z), \sin(2x+z), \sin(x+2y)].$$

$$(8) \mathbf{f}(x, y, z) = [(x+y)^2, (y+z)^2, (x+z)^2].$$

$$(9) \mathbf{f}(x, y, z) = [x^2 + y - z, x + y + z^2, x - y^2 + z].$$

$$(10) \mathbf{f}(x, y, z) = [\ln(x+y), x+y, z \ln(z)].$$

$$(11) \mathbf{f}(x, y, z) = [\sqrt{x^2+y}, x + \sqrt{z}, yz].$$

$$(12) \mathbf{f}(x, y, z) = [1 - x - y^2 - z^3, 1 - x - y^2 - z^3, 1 - x - y^2 - z^3].$$

$$(13) \mathbf{f}(x, y, z) = [\cos(xy), \cos(x+y), \cos(z)].$$

$$(14) \mathbf{f}(x, y, z) = [\cos(x) + y + z, x + \cos(y) + z, x + y + \cos(z)].$$

$$(15) \mathbf{f}(x, y, z) = [x^2y + z, 1 - xy^2, x + y].$$

$$(16) \mathbf{f}(x, y, z) = \left[\frac{x}{yz}, \frac{y}{xz}, \frac{z}{xy} \right].$$

$$(17) \mathbf{f}(x, y, z) = \left[x(y-z)^2, y(z-x)^2, z(x-y)^2 \right].$$

$$(18) \mathbf{f}(x, y, z) = \left[xy - z^2, yz - x^2, xz - y^2 \right].$$

$$(19) \mathbf{f}(x, y, z) = \left[z^2 - y^2, x^2 - z^2, y^2 - x^2 \right].$$

$$(20) \mathbf{f}(x, y, z) = \left[\sin(x-y), \sin(y-z), -\sin(x-z) \right].$$

Vypočtete divergenci a rotaci pole \mathbf{f} a rozhodněte, zda je pole zřídlové nebo vírové.

- (1) $\operatorname{div} \mathbf{f} = \frac{1}{x+y} + \frac{1}{\frac{3x}{2}+z} + \frac{1}{y-z}$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = \left[\frac{1}{y-z}, -\frac{3}{2(\frac{3x}{2}+z)}, -\frac{1}{x+y} \right]$, vírové.
- (2) $\operatorname{div} \mathbf{f} = 2x + 2y + 2z$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [0, 0, 0]$, nevírové.
- (3) $\operatorname{div} \mathbf{f} = -x \sin(y)$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [1, 1, 0]$, vírové.
- (4) $\operatorname{div} \mathbf{f} = ye^{xy} - x \sin(xy) - 2xz \sin(xz^2)$,
zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = \left[0, z^2 \sin(xz^2), -xe^{xy} - y \sin(xy) \right]$,
vírové.
- (5) $\operatorname{div} \mathbf{f} = 6x + 6y + 6z$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [0, 0, 0]$, nevírové.
- (6) $\operatorname{div} \mathbf{f} = 0$, nezřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [2y, 0, -2y]$, vírové.
 $\operatorname{div} \mathbf{f} = 0$, nezřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [2 \cos(x+2y) - \cos(2x+z),$
(7) $2 \cos(y+2z) - \cos(x+2y),$
 $2 \cos(2x+z) - \cos(y+2z)]$,
vírové.
- (8) $\operatorname{div} \mathbf{f} = 4(x+y+y)$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [-2(y+z), -2(x+z), -2(x+y)]$, vírové.
- (9) $\operatorname{div} \mathbf{f} = 2x + 2$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [-2y - 2z, -2, 0]$, vírové.
- (10) $\operatorname{div} \mathbf{f} = \frac{1}{x+y} + \ln(z) + 2$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = \left[0, 0, 1 - \frac{1}{x+y} \right]$, vírové.
- (11) $\operatorname{div} \mathbf{f} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y}} + y$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = \left[z - \frac{1}{2\sqrt{z}}, 0, 1 - \frac{1}{2\sqrt{x^2+y}} \right]$, vírové.
- (12) $\operatorname{div} \mathbf{f} = -2y - 3z^2 - 1$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [3z^2 - 2y, 1 - 3z^2, 2y - 1]$, vírové.
- (13) $\operatorname{div} \mathbf{f} = -y \sin(xy) - \sin(x+y) - \sin(z)$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [0, 0, x \sin(xy) - \sin(x+y)]$, vírové.
- (14) $\operatorname{div} \mathbf{f} = -\sin(x) - \sin(y) - \sin(z)$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [0, 0, 0]$, nevírové
 $\operatorname{div} \mathbf{f} = 0$, nezřídlové,
(15) $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [1, 0, -x^2 - y^2]$, vírové
- (16) $\operatorname{div} \mathbf{f} = \frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} + \frac{1}{yz}$ zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = \left[\frac{y}{xz^2} - \frac{z}{xy^2}, \frac{z}{x^2y} - \frac{x}{yz^2}, \frac{x}{y^2z} - \frac{y}{x^2z} \right]$ vírové.
- (17) $\operatorname{div} \mathbf{f} = (x-y)^2 + (z-x)^2 + (y-z)^2$ zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [2x(y-z), 2y(-x+z), 2z(x-y)]$ vírové.
- (18) $\operatorname{div} \mathbf{f} = x + y + z$ zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [-3y, -3z, -3x]$ vírové.
- (19) $\operatorname{div} \mathbf{f} = 0$ nezřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [2y + 2z, 2x + 2z, 2x + 2y]$ vírové.
- (20) $\operatorname{div} \mathbf{f} = \cos(x-y) + \cos(x-z) + \cos(y-z)$, zřídlové,
 $\operatorname{rot} \mathbf{f} = [\cos(y-z), \cos(x-z), \cos(x-y)]$, vírové.