

1. Určete definiční obory, obory hodnot a načrtněte grafy funkcí

$$f_1(x) = \sin(1-x), \quad f_2(x) = 1 - \sin \frac{x}{2}, \quad f_3(x) = 1 - 2 \sin x, \quad f_4(x) = 2 + \frac{\sin x}{2},$$

2. K funkci $f(x)$ nalezněte $f^{-1}(x)$. Určete jejich definiční obory, obor hodnoty, popište jejich vlastnosti, načrtněte jejich grafy, do nich zanešte význačné body, průsečík s osou x resp. y , a další.

$$f(x) = 3e^{\frac{x}{2}} - 1$$

3. Spočtěte derivaci funkce $f(x)$:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^3 \sqrt[4]{x^5}}}{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}.$$

4. Určete rovnici tečny funkce $f(x)$ v bodě a

$$f(x) = x e^{1-x^2}, \quad a = -1.$$

5. Nalezněte extrémy funkce $f(x)$

$$f(x) = (1 + 2 \sin x)^3,$$

6. Najděte intervaly, na nichž je funkce $f(x)$ konvexní a konkávní

$$f(x) = (x^2 - 1)^5.$$

7. Spočtěte limitu.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

8. Vyřešte maticovou rovnici

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{C}, \text{ pro matice: } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

9. Vyřešte v \mathbb{R} rovnici, proveďte zkoušku

$$\begin{vmatrix} 2 & \sin x & -1 \\ 0 & 2 & \sin x \\ \sin x & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \sin x.$$

10. Vyřešte soustavu rovnic

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4,$$

$$3x_1 + x_3 - x_4 = 4,$$

$$-2x_1 + x_2 + 3x_4 = -4,$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0.$$