

1. Určete definiční obory, obory hodnot a načrtněte grafy funkcí

$$f_1(x) = e^{1-x}, f_2(x) = e^{x+2}, f_3(x) = -e^x, f_4(x) = 3 + e^x,$$

2. K funkci $f(x)$ nalezněte $f^{-1}(x)$. Určete jejich definiční obory, obor hodnoty, popište jejich vlastnosti, načrtněte jejich grafy, do nich zanešte význačné body, průsečík s osou x resp. y , a další.

$$f(x) = 3 + 3 \sin(3x - \pi)$$

3. Spočtěte derivaci funkce $f(x)$:

$$f(x) = \frac{x^{-2}}{\frac{x}{x-3} - \frac{x+3}{x}}$$

4. Určete rovnici tečny funkce $f(x)$ v bodě a

$$f(x) = \sin(x^3 + 8), \quad a = -2.$$

5. Najděte intervaly monotonnosti funkce $f(x)$:

$$f(x) = \ln \sqrt[3]{x^2} - x$$

6. Nalezněte extrémů funkce $f(x)$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^{\frac{x}{2}}},$$

7. Najděte intervaly, na nichž je funkce $f(x)$ konvexní a konkávní

$$f(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - x^2.$$

8. Vyřešte maticovou rovnici

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} - \mathbf{B} = \mathbf{C} \text{ pro matice: } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

9. Vyřešte v \mathbb{R} rovnici, proveďte zkoušku

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 2 & 1 & x \\ 1-x & 1 & 2 \end{vmatrix} = -x.$$

10. Vyřešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 4x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 2x_1 - x_4 &= 0 \\ -x_2 - x_3 - 2x_4 &= -2 \end{aligned}$$