VKM – 2019/2020 – verze 0

Nalezněte jednotkový vektor kolmý k zadaným vektorům $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$. Spočtěte velikost úhlu, který vektory $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$ svírají.

$$\boldsymbol{u} = [0, 2, -2]\,, \qquad \boldsymbol{v} = [3, 3, 0]\,. \tag{1}$$

Určete a zakreslete definiční obor $f(x, y)$, spočtěte derivaci.

$$f(x, y) = \ln xy, \qquad \frac{\partial f}{\partial x}\,. \tag{2}$$

Spočtěte zadané derivace funkce $f(x, y)$.

$$f(x, y, z) = \ln\left(x + y^2 - z^3\right) \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = \boldsymbol{?}, \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \boldsymbol{?}. \tag{3}$$

K implicitní funkci $z = z(x, y)$ určete tečnou rovinu τ v bodě $\boldsymbol{A}$.

$$\ln\left(\frac{y + x}{z}\right) = 0, \quad \boldsymbol{A} = [1, 0, 1]\,. \tag{4}$$

Nalezněte lokální extrémy fce $f(x, y)$.

$$f(x, y) = y^3 + y^2 - x^2 + y - 2xy. \tag{5}$$

Vypočtěte gradient $u(x, y, z)$ a směrovou derivaci v daném bodě $\boldsymbol{A}$ ve směru $\boldsymbol{b}$.

$$u(x, y, z) = z\left(x^2 + y + 1\right)^2, \quad \boldsymbol{A} = [2, -4, 1]\,, \quad \boldsymbol{b} = [2, -1, 2]\,. \tag{6}$$

Zintegrujte na oblasti Ω, oblast zakreslete.

$$\iint\limits_{\Omega} (1 + xy)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \quad \Omega: \text{ ohraničena } x = y^2,\ x = 0,\ y = -1. \tag{7}$$

Určete souřadnice těžiště rovinné oblasti Ω s hustotou $\sigma(x, y) = 1$, ohraničené křivkami.

$$y = x^2, \quad y = x^3 \tag{8}$$

Vypočtěte křivkový integrál II. druhu pro zadanou křivku $\mathcal{K}$.

$$\int\limits_{\mathcal{K}} x\ \mathrm{d}x + y\ \mathrm{d}y + (xz - y)\,\mathrm{d}z, \qquad \mathcal{K}: x = t^2,\ y = 2t,\ z = 4t^3, \quad t \in \langle 0, 1\rangle\,. \tag{9}$$

Pomocí Greenovy věty spočtěte křivkový integrál II. druhu pro kladně orientovanou křivku $\mathcal{K}$.

$$\oint\limits_{\mathcal{K}} y^2\ \mathrm{d}x + (x + y)^2\ \mathrm{d}y\,, \qquad \mathcal{K}: \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_2 : \mathcal{K}_1 : y = x^2, \mathcal{K}_2 : y = \sqrt{x}. \tag{10}$$