VKM – 2019/2020 – verze 1

Vypočítejte vektorový součin $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$. Zjistěte, jaký úhel vektory $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{w}$ svírají.

$$\boldsymbol{u} = [4, -1, 3]\,, \qquad \boldsymbol{v} = [5, 2, 7]\,. \tag{1}$$

Určete a zakreslete definiční obor $f(x,y)$, spočtěte derivaci.

$$f(x,y) = \frac{x}{(x^2+y^2-1)}, \qquad \frac{\partial f}{\partial x}\,. \tag{2}$$

K funkci $f(x,y)$ určete diferenciál 2. řádu.

$$f(x,y) = \ln(x+2y)\,. \tag{3}$$

K implicitně zadané funkci $y = y(x)$ určete rovnici tečny t a normály n v bodě $\boldsymbol{A}$.

$$\ln\left(x^3+y^2\right) = 0, \quad \boldsymbol{A} = [-2, 3]\,. \tag{4}$$

Nalezněte lokální extrémy fce $f(x,y)$.

$$f(x,y) = 5 + x^3 - 6xy + 8y^3. \tag{5}$$

Vypočtěte divergenci a rotaci pole $\boldsymbol{f}$ a rozhodněte, zda je pole zřídlové nebo vírové.

$$\boldsymbol{f}(x,y,z) = \left[x^2y+z, 1-xy^2, x+y\right]. \tag{6}$$

Zintegrujte na oblasti Ω, oblast zakreslete.

$$\iint\limits_{\Omega} \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \quad \Omega: \text{ ohraničena } y = x^2 \text{ a } x = y^2. \tag{7}$$

Určete souřadnice těžiště rovinné oblasti Ω s hustotou $\sigma(x,y) = 1$, ohraničené křivkami.

$$y = x, \quad y = x^2. \tag{8}$$

Vypočtěte křivkový integrál II. druhu pro zadanou křivku $\mathcal{K}$.

$$\int\limits_{\mathcal{K}} x\,\mathrm{d}x + y\ \mathrm{d}y + z\,\mathrm{d}z, \qquad \mathcal{K}: \text{ šroubovice } x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = t, \quad t \in \langle 0, \pi\rangle\,. \tag{9}$$

Pomocí Greenovy věty spočtěte křivkový integrál II. druhu pro kladně orientovanou křivku $\mathcal{K}$.

$$\oint\limits_{\mathcal{K}} 1\ \mathrm{d}x + (x-y)\ \mathrm{d}y\,, \qquad \mathcal{K} = \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_2,\ \mathcal{K}_1 : y = 1-x^2,\ \mathcal{K}_2 : y = x^2-1. \tag{10}$$