VKM – 2019/2020 – verze 2

Vypočítejte vektorový součin $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$. Zjistěte, jaký úhel vektory $\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{w}$ svírají.

$$\boldsymbol{u} = [-2, -2, -3]\,, \qquad \boldsymbol{v} = [-1, -1, -3]\,. \tag{1}$$

Určete a zakreslete definiční obor $f(x, y)$, spočtěte derivaci.

$$f(x, y) = \arcsin \frac{y-1}{x}, \qquad \frac{\partial f}{\partial y}\,. \tag{2}$$

K funkci $f(x, y)$ určete tečnou rovinu τ a normálu n v bodě $\boldsymbol{A}$.

$$f(x, y) = \cos\left(x + 2\,y^2\right), \quad \boldsymbol{A} = \left[\frac{\pi}{2}, 0, ?\right]. \tag{3}$$

K implicitně zadané funkci $y = y(x)$ určete rovnici tečny t a normály n v bodě $\boldsymbol{A}$.

$$x^2 y + x y^2 = 0, \quad \boldsymbol{A} = [1, 1]\,. \tag{4}$$

Nalezněte lokální extrémy fce $f(x, y)$.

$$f(x, y) = -6x + x^2 - 9y + xy + y^2. \tag{5}$$

Vypočtěte divergenci a rotaci pole $\boldsymbol{f}$ a rozhodněte, zda je pole zřídlové nebo vírové.

$$\boldsymbol{f}(x, y, z) = \big[\sin(y) + z, x\cos(y) - z, 0\big]\,. \tag{6}$$

Zintegrujte na oblasti Ω, oblast zakreslete.

$$\iint_\Omega xy \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \quad \Omega: \text{ ohraničena } y = x^2 + 1,\ y = x + 1. \tag{7}$$

Zintegrujte na oblasti Ω, oblast zakreslete. Užijte transformaci do polárních souřadnic.

$$\iint_\Omega \frac{1}{x^2 + y^2} \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y, \quad \Omega: 1 \le x^2 + y^2 \le 4, \quad y \ge 0. \tag{8}$$

Vypočtěte křivkový integrál I. druhu pro zadanou křivku $\mathcal{K}$.

$$\int_\mathcal{K} xz \,\mathrm{d}S, \qquad \mathcal{K}: \text{ šroubovice } x = \sin t,\ y = \cos t,\ z = t, \quad t \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle. \tag{9}$$

Pomocí Greenovy věty spočtěte křivkový integrál II. druhu pro kladně orientovanou křivku $\mathcal{K}$.

$$\oint_\mathcal{K} (1-y)\ \mathrm{d}x + (2x-1)\ \mathrm{d}y\,, \qquad \mathcal{K} = \mathcal{K}_1 \cup \mathcal{K}_2,\ \mathcal{K}_1: y = (1-x)^2,\ \mathcal{K}_2: y = 1 - x^2. \tag{10}$$